

平成23年度

新潟大学理学部第3年次編入学試験

物理学科

筆記試験問題（物理学）

注意事項

1. 開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。
2. 試験開始後、次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子1部、解答用紙3枚
3. 問題は全部で3題あります。各解答用紙に受験番号を記入してください。
4. 解答時間は120分です。途中で退席することはできません。
5. 試験終了後、問題冊子は各自持ち帰ってください。

I.

1. 図1のように、軸を水平に固定したなめらかな滑車に軽い糸をかけ、その各端におもりAとおもりBをつけ、糸にたるみがない状態で静かに放すとす。おもりAの質量は m_1 であり、おもりBの質量は m_2 である。ただし、 $m_1 > m_2$ であるとする。鉛直上方を正の向きとして、おもりAの位置を y_1 、おもりBの位置を y_2 とする。滑車の摩擦と糸の質量は無視できるとし、糸は伸び縮みしないものとする。重力加速度の大きさを g とする。以下の問いに答えよ。

- 糸の張力を T として、それぞれのおもりについての運動方程式を書け。
- おもりAとおもりBのそれぞれの加速度を m_1 , m_2 , g を用いて表せ。
- 糸の張力 T を m_1 , m_2 , g を用いて表せ。
- おもりが動き始めたときの位置から距離 h だけ移動したときのおもりの速さを m_1 , m_2 , g , h を用いて表せ。

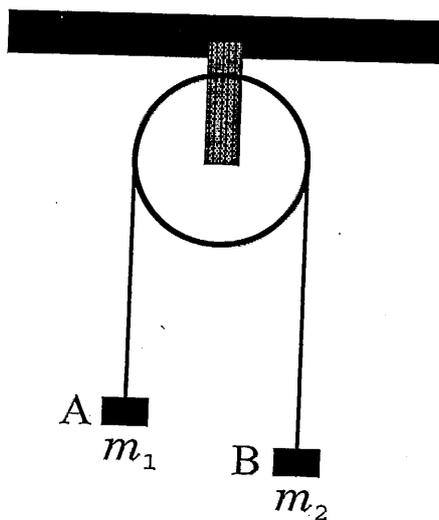


図1

2. 図2のように、質量 M をもつ二つの質点が、水平でなめらかな床面をどちらも速さ v_0 で反対向きかつ平行に運動しているとする。二つの質点の進路の間隔を L_0 とする。二つの質点が最も接近したとき、進路に垂直に置いてあった長さ L_0 の軽い棒の両端にそれぞれくっついて一体になるとする。ただし、床面から受ける摩擦力と棒の質量は無視できるとする。以下の問いに答えよ。

- 質点が棒と一体になったとき、重心の位置はどこにあるか、答えよ。
- 質点が棒と一体になって運動している状態を考える。重心から見た二つの質点の角運動量の合計を求めよ。
- 質点と棒が一体となって運動を始めた後で、棒が半分の長さ $\frac{L_0}{2}$ に縮んだとする。このとき、各質点の速さを求めよ。
- また、各質点の運動エネルギーは棒が縮む前の何倍になるかを求めよ。
- 棒が縮む前後で運動エネルギーが変化した場合の原因を説明せよ。

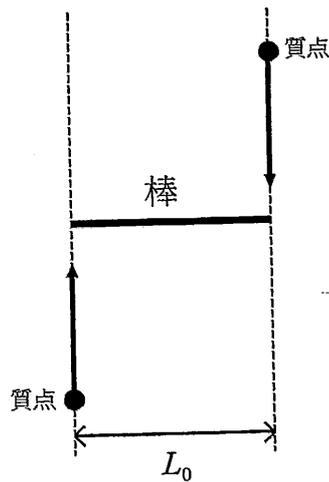


図2

II.

以下の1~4の問題では、真空中の誘電率を ϵ_0 、透磁率を μ_0 として答えよ。

1. 図1のように、1辺の長さが $3a$ と $4a$ の長方形の各頂点にゼロでない電荷 q_A, q_B, q_C, q_D を持った粒子を置いた。粒子Aに働く力の総和（合力）がゼロのとき、電荷 q_A, q_B, q_C, q_D の間の関係を求めよ。ただし、粒子の大きさは無視できるものとする。

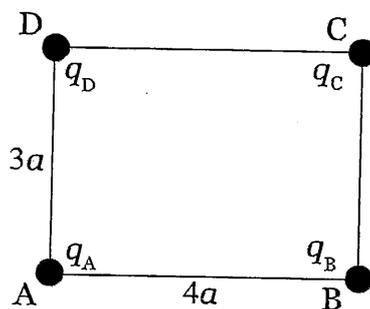


図1

2. 図2のように、1辺の長さ a の正方形の各頂点に4本の無限に長い直線導線A, B, C, Dを正方形の面に垂直になるように配置し、それぞれの導線に同じ向きに電流 I を流す。導線Aの単位長さあたりに働く力の大きさと方向を求めよ。

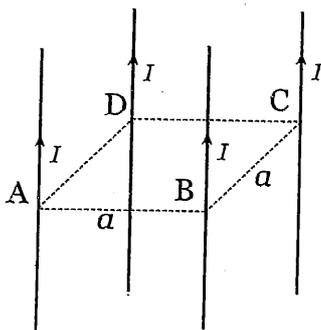


図2

3. 抵抗 R_1, R_2 と自己インダクタンス L_1, L_2 のコイル (ソレノイド), および起電力 V の電池を図3のようにつないだ。スイッチを入れた後の時刻 t に, 抵抗 R_1, R_2 および電池の部分に流れる電流を, それぞれ, $I_1(t), I_2(t)$ および $I(t)$ とする。ただし, コイルの抵抗と電池の内部抵抗は無視できるものとし, $I_1(0) = I_2(0) = I(0) = 0$ とする。以下の問いに答えよ。

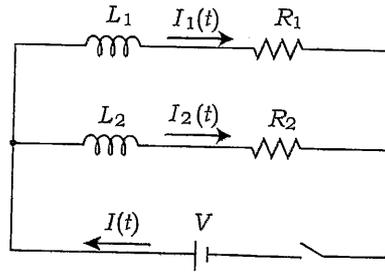


図3

- a. 十分時間がたったとき, つまり, $t \rightarrow \infty$ での, $I_1(t), I_2(t), I(t)$ を求めよ。
 - b. $I_1(t), I_2(t), I(t)$ を時間の関数として求めよ。
4. 平行平板コンデンサーについて以下の問いに答えよ。

- a. 十分大きな面積 A の導体板を図4のように, 間隔 d をおいて平行に並べたコンデンサーの静電容量はいくらか。

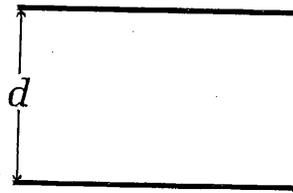


図4

- b. 図5のように, このコンデンサーの間に, 面積 A で厚さ d_1 の導体板をコンデンサーの極板と平行に置いた。このとき, コンデンサーの静電容量はどのように変化するか。ただし, $d_1 < d$ とする。

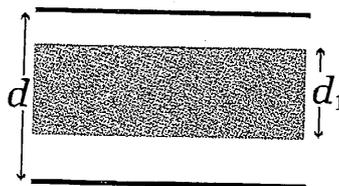


図5

III.

1. 位置ベクトルが $\vec{r} = (x, y, z)$ で表される質点に, 力 $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ が作用している。以下の問いに答えよ。

- a. トルク $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$ を \vec{r} と \vec{F} の成分を用いて表せ。
 b. \vec{r} と \vec{F} の間の角度を θ としたとき, \vec{N} の大きさ $|\vec{N}|$ を, $|\vec{r}|$, $|\vec{F}|$ および θ を用いて表せ。

2. 空間の各点 $\vec{r} = (x, y, z)$ に対し, ベクトル場 $\vec{A}(\vec{r}) = (A_x(\vec{r}), A_y(\vec{r}), A_z(\vec{r}))$ が与えられているとき, $\text{div rot } \vec{A} = 0$ を示せ。

3. 物理学においては, 行列の対角化の問題がよく現れる。 ω を実数, 行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ \omega & 0 \end{pmatrix}$$

として以下の問いに答えよ。

- a. 行列 A の固有値, および各固有値に対応する規格化された固有ベクトルを求めよ。
 b. 適当なユニタリ行列 U を用いて, 行列 A を

$$A = U \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} U^\dagger$$

の形に表せ。ここで, λ_1, λ_2 は a. で求めた A の固有値, U^\dagger は行列 U の随伴行列を表し, 行列 U がユニタリであるとは, $U^{-1} = U^\dagger$ であることをいう。

4. 速さの2乗に比例する抵抗を受けながら落下する物体の, 下向きの速さ $v(t)$ の時間変化は, 微分方程式

$$\frac{dv}{dt} = g - bv^2$$

で表される。ここに, g, b は正の定数である。初期条件 $v(0) = 0$ のもとに; この微分方程式を解け。