平成２２年度

新潟大学理学部第３年次編入学試験

物　理　学　科

筆記試験問題（物理学）

注意事項

1．開始の合図があるまでこの冊子を開いてはいけません。

2．試験開始後，次のものが配布されているか確認してください。
問題冊子１部，解答用紙３枚

3．問題は全部で３題あります。各解答用紙に受験番号を記入してください。

4．解答時間は１２０分です。途中で退席することはできません。

5．試験終了後，問題冊子は各自持ち帰ってください。

I.

図１のように，質量 M の２つの質点と，自然長 l，バネ定数 k で質量の無視できる３つのバネを接続し，摩擦のない水平な床の上に置いて，バネの両端を壁に固定する。質点とバネは図の x 軸に沿って運動し，質点同士が衝突したり質点が壁に衝突することはないとして，以下の問いに答えよ。図１は，２つの質点がつりあって静止している場合の配置を表しており，つりあいの位置ではバネは自然長にある。

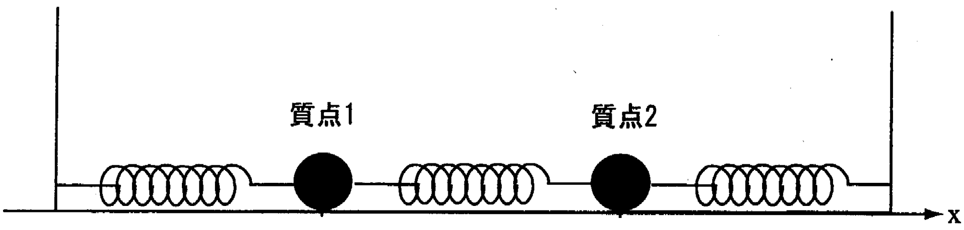


図1

最初，図２のように，質点２をつりあいの位置に固定し，質点１のみを運動させる。つりあいの位置から測った質点１の時刻 t での位置を $x_1(t)$ とする。また質点１の速度を $v_1(t)$ とする。

1. 質点１の運動方程式を，$x_1(t)$ に対する微分方程式として表せ。
2. 質点１の時刻 $t=0$ での初期条件として $x_1(0)=a$ と $v_1(0)=0$ を与えるとき，$t>0$ での質点１の位置および速度を求めよ。

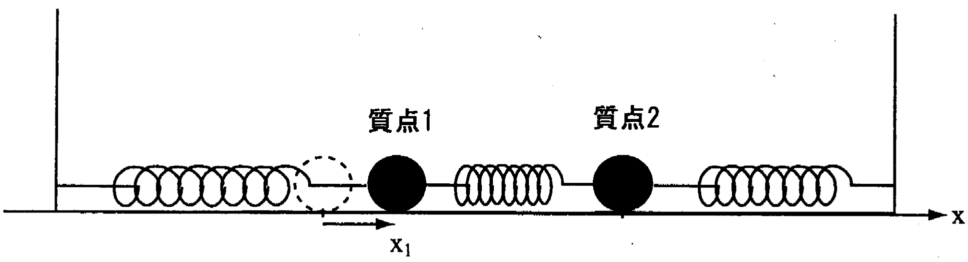


図2

次に，図 3 のように，両方の質点が運動できるようにする。質点 2 の，つりあいの位置から測った位置と速度を $x_2(t)$ および $v_2(t)$ とする。

3. 質点 1 と質点 2 の運動方程式を，$x_1(t)$ および $x_2(t)$ に対する微分方程式として表せ。

4. 2 つの質点の運動に対する固有振動数を求めよ。

5. 2 つの質点に $x_1(0) = a$, $x_2(0) = -a$, $v_1(0) = 0$, $v_2(0) = 0$ の初期条件を与えたときの，$t > 0$ での 2 つの質点の位置を求めよ。

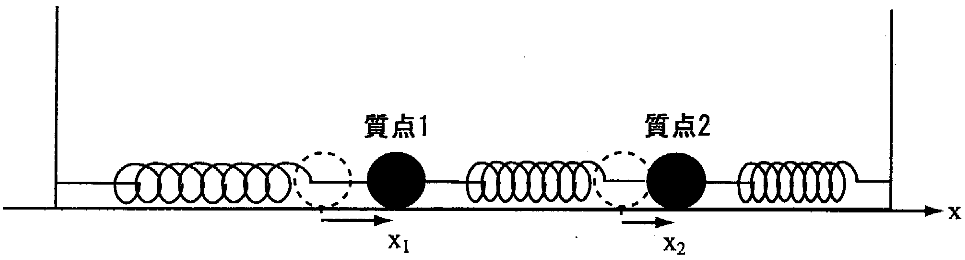


図3

II.

1. 半径 a の球があり，その内部は電荷密度ρで一様に帯電している。真空の誘電率をε_0として，以下の問いに答えよ。

a. 球の全電荷はいくらか。

b. 球の中心からの距離が r の位置での電場の大きさを，$r < a$ と $r > a$ の場合について，それぞれ求めよ。

c. 球の中心からの距離が r の位置での静電ポテンシャルを，$r < a$ と $r > a$ の場合について，それぞれ求めよ。ただし，無限遠点での静電ポテンシャルを 0 とする。

2. 半径 a_1，長さ l_1，巻数 N_1 のソレノイド 1 を，半径 a_2，長さ l_2，巻数 N_2 のソレノイド 2 の中に図のように通して置く。ここで $a_1 < a_2$，$l_1 > l_2$ であり，l_1 は充分長いとする。単位長さ当たりの巻数が n のソレノイドに電流 I を流したときの中心磁束密度 B は，真空の透磁率を μ_0 として $B = \mu_0 n I$ で表される。

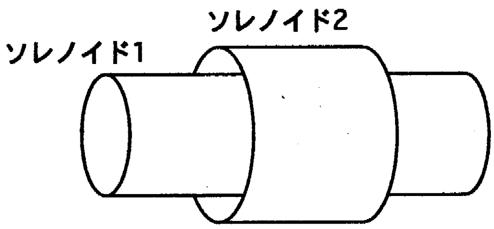
a. ソレノイド 1 に電流 I_1 を流すと一様な磁束密度が内部に発生する。この磁束密度を求めよ。

b. ソレノイド 1 の自己インダクタンスを求めよ。

c. ソレノイド 1 に電流 I_1 を流したときに，ソレノイド 2 を貫く磁束を求めよ。

d. ソレノイド 1 に流れる電流とソレノイド 2 を貫く磁束から，ソレノイド 1 とソレノイド 2 の相互インダクタンスを求めよ。

e. ソレノイド 1 に時間変動する電流 $I(t) = I_0 \sin \omega t$ を流したときにソレノイド 2 に誘導される起電力を求めよ。



III.

1. 以下の問いに答えよ。ここで$\vec{r}=(x,y,z)$は，位置ベクトルである。

   a．力の場$\vec{F}=(cy,-cx,0)$について，$\vec{F}$の発散$\vec{\nabla}\cdot\vec{F}$と回転$\vec{\nabla}\times\vec{F}$をそれぞれ求めよ。ここで$c$は，定数である。

   b．静電ポテンシャル$\phi=a\log(x^2+y^2)+b$の勾配$\vec{\nabla}\phi$を求めよ。ここでaとbは，定数である。

2. 物理学で用いられる次の行列Aについて，以下の問いに答えよ。

$$A=\begin{pmatrix} t+z & x-iy \\ x+iy & t-z \end{pmatrix}$$

ここでt，x，y，およびzは実数，$i=\sqrt{-1}$は虚数単位である。

   a．Aの行列式を求めよ。

   b．次の行列Bを求めよ。ここでαとβは，実数である。

$$B=\begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-\alpha+i\beta} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{\alpha-i\beta} \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-\alpha-i\beta} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{\alpha+i\beta} \end{pmatrix}$$

   c．4つの実数t'，x'，y'，およびz'を用いてBを次のように表す。

$$B=\begin{pmatrix} t'+z' & x'-iy' \\ x'+iy' & t'-z' \end{pmatrix}$$

   このとき，b．の結果を用いてt'，x'，y'，およびz'をそれぞれ求めよ。ただし，x'とy'については，これらが実数であることを明確にするために虚数単位，すなわちiを含まない形で表せ。