平成１９年度第１次募集（平成１８年１０月入学含む。）

新潟大学大学院自然科学研究科博士前期課程入学者選抜試験問題

（専攻名）自然構造科学専攻

（試験実施単位名）Ａ１　物理学

専門科目

注意事項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　この冊子は，表紙を含めて５ページある。

3　解答は，すべて解答用紙の指定された箇所に記入すること。

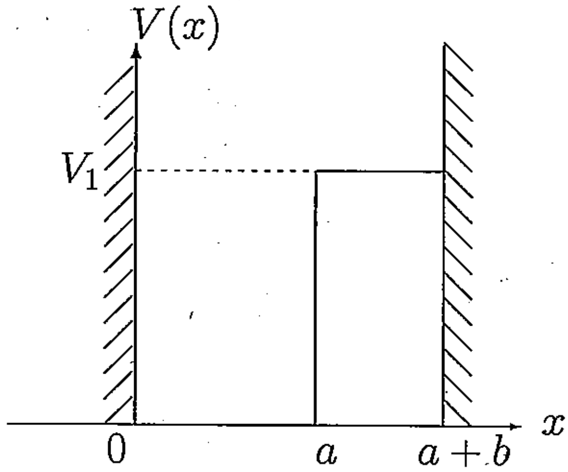
4　受験番号は，各解答用紙の指定された箇所に必ず記入すること。

5　解答時間は，１８０分である。

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

$\boxed{1}$

図のような階段型になっている一次元ポテンシャル $V(x)$ のもとで運動している質量 m の粒子の量子力学を考える。以下の問いに答えよ。ただし, $x<0$ もしくは $x>a+b$ ではこの粒子は存在しないとし, さらに V_1 を正とする。



$$V(x)=\begin{cases}0, & 0<x<a\\ V_1, & a<x<a+b\end{cases}$$

(1) 領域 $0<x<a$ において時間に依存しないシュレーディンガー方程式を書け。また, $x=0$ での境界条件を考慮して, この方程式の解を求めよ。ただし, エネルギー固有値を $E>0$ とする。

(2) 領域 $a<x<a+b$ において時間に依存しないシュレーディンガー方程式を書け。また, $x=a+b$ での境界条件を考慮して, この方程式の解を求めよ。ただし, エネルギー固有値を $E>0$ とし, $E<V_1$ と $V_1<E$ とに場合分けして考えよ。

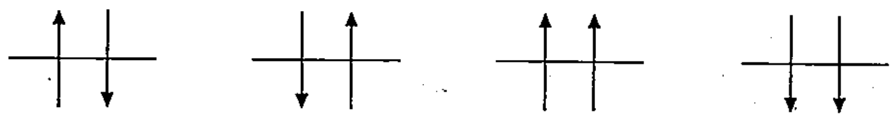
(3) $E<V_1$ と $V_1<E$ の場合に, エネルギー固有値 E を決める式として $x=a$ における波動関数の接続条件を書け。

(4) 領域 $0<x<a$ における, 時間に依存するシュレーディンガー方程式を書け。ただし, このときの波動関数を $\Phi(x,t)$ とする。

(5) 領域 $0<x<a$ における $\Phi(x,t)$ を $C(t)\sin(fx)$ とした時, 時間に依存するシュレーディンガー方程式から $C(t)$ を求め, さらに $C(t)$ の周期を求めよ。ここで f は定数である。

$\boxed{2}$

図のように２個のスピンからなる系がある。各スピンは上向き（↑），下向き（↓）の２つの状態のみとりうる。このスピンの間には相互作用が働いており，そのエネルギーはスピンが平行（↑↑または↓↓）のとき J，反平行（↑↓または↓↑）のとき $-J$ である。ただし，J は正，または負の定数とする。さらに，この系に磁場 H が加えられたとき，各スピンのエネルギー準位はスピンの向きによって $\pm\mu H$ に分裂する。ここで，μ はスピン磁気モーメントの大きさである。温度 T のカノニカルアンサンブルを用いて，以下の問いに答えよ。



$E_1=-J$	$E_2=-J$	$E_3=J-2\mu H$	$E_4=J+2\mu H$
$M_1=0$	$M_2=0$	$M_3=2\mu$	$M_4=-2\mu$

図： 系のとりうる４状態のエネルギー E_i と磁化 M_i $(i=1,2,3,4)$

(1) 分配関数 Z を温度 T，磁場 H の関数として求めよ。

(2) ヘルムホルツの自由エネルギー F を温度 T，磁場 H の関数として求めよ。

(3) 磁化の平均値 M を温度 T，磁場 H の関数として求めよ。

(4) 磁化率

$$\chi = \lim_{H\to 0}\frac{M}{H} = \left.\frac{\partial M}{\partial H}\right|_{H=0}$$

を温度 T の関数として求めよ。

(5) 低温極限（$k_BT \ll |J|$）における磁化率 χ を，J が正と負のそれぞれの場合について計算せよ。

(6) 高温極限（$k_BT \gg |J|$）における磁化率 χ を，J が正と負のそれぞれの場合について計算せよ。

(7) 磁化率 χ と温度 T の関係を示すグラフの概略を描け。ただし，J が正の場合を実線，負の場合を点線で，同一のグラフ上に示せ。

3

[1]

酸化物超伝導体 $YBa_2Cu_3O_7$ を合成し，電気抵抗で超伝導を確認する実験を行った。
以下の問いに答えよ。

（1）$YBa_2Cu_3O_7$（YBCO）は約 900℃の温度下，空気中で次の化学反応式にしたがって合成される。

$$a\,Y_2O_3 + b\,BaCO_3 + c\,CuO + d\,O_2 \rightarrow YBa_2Cu_3O_7 + e\,CO_2\uparrow$$

ここで O_2 は空気中から吸収，CO_2 は空気中に放出される。
a,b,c,d,e にどのような数字（整数とは限らない）を入れたら上式が成り立つか，答えよ。

（2）（1）で得られた答えをもとに，YBCO を 10 g 得るためには，原料の Y_2O_3, $BaCO_3$, CuO がそれぞれ何 g 必要か，小数点以下一桁まで答えよ。なお計算に必要な原子量は，以下の通りとする。
C:12 g/mol, O: 16 g/mol, Cu: 64 g/mol, Y: 89 g/mol, Ba: 137 g/mol

（3） 合成した試料を切り出し，室温で電気抵抗を測定した。この際，四端子法を用いて測定を行った。この方法で求めた試料の抵抗率は，テスター（二端子法）で測定して求めた値と異なった。四端子法の原理とその必要性を述べよ。

（4）この試料の電気抵抗の温度依存性を四端子法により調べた。この測定の際，それぞれの温度において電流反転を行い測定した。何故か？理由を原理とともに説明せよ。

[2] 放射性同位元素の崩壊を検出器で測定する。以下の問いに答えよ。

(1) あなたが知っている放射性同位元素を1つあげて，その放射線の種類とエネルギーについて説明せよ。また，その放射線を測定するための検出器の名称を1つ答えよ。

(2) 放射性同位元素の崩壊は確率的な現象であるから，検出器の設定条件が一定であっても，一定時間ごとの放射線の計数値は一般に異なる値になる。崩壊定数 λ の放射性元素が N 個あったとする。

i) dt 時間に崩壊する原子数は平均として，$-dN = \lambda N dt$ で与えられる。ある時刻 t で残っている原子数 N を求めよ。ただし，$t = 0$ での原子数を N_0 とする。

ii) 時間 t の間に n 個の崩壊が起こる確率 $P(n)$ は，

$$P(n) = \frac{N!}{(N-n)!n!}(1-e^{-\lambda t})^n(e^{-\lambda t})^{(N-n)}$$

と表せることを説明せよ。